

**ANNE ELENA TIEFENBACHER, EVA JANKL & CHRISTIAN
NOSKO**

Mehr als Rechnen für die Umwelt. Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung in der Primarstufe

Abstract

“How high would a tower made of all the pupils of your school be if the children stood on each other’s shoulders?” Questions of this kind are called Fermi questions and are often already used in primary school. In this way, various mathematical competences can be promoted in pupils, as pure operating is not sufficient to answer them.

Within the framework of our project, we are developing Fermi questions for environmental education for science teaching in the primary level with support materials for teachers. These tasks, which have a meaningful connection to the pupils’ lifeworld and focus on topics of sustainable development, should not only impart knowledge, but also lead to reflective action.

The potential of these tasks for the primary level, how they can be implemented in the classroom and what contribution they can make to environmental education in science teaching is the subject of this article.

Keywords

Umwelterziehung, Fermi-Fragen, Sachunterricht

Einleitung

Umweltbildung in der Primarstufe trägt wesentlich zum Erwerb einer zukunftsorientierten naturwissenschaftlichen Bildung bei und ist in Österreich durch den Grundsatzterlass Umweltbildung für nachhaltige Entwicklung (2014) geregelt. Diese Tatsache stellt jedoch für viele Lehrer*innen bei der Planung und Durchführung von Unterricht eine Herausforderung dar.

Zur Unterstützung von Lehrpersonen in diesem Bereich werden im Rahmen des Projektes *Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung in der Primarstufe* ansprechende Materialien für den Sachunterricht entwickelt. Die Materialien auf der

Basis von Fermi-Aufgaben verbinden Bildung für nachhaltige Entwicklung mit mathematischen Konzepten. Die intensive Auseinandersetzung mit diesen Fermi-Aufgaben kann dazu beitragen, mathematische Kompetenzen und Kompetenzen aus dem Bereich der naturwissenschaftlichen Denk- und Arbeitsweisen zu fördern. Darüber hinaus könnte diese Herangehensweise die Vermittlung und Vertiefung von Fachwissen sowie die Befähigung zu reflektiertem Handeln unterstützen. Die entwickelten Materialien sowie die Handreichungen für Lehrpersonen stehen auf der Projektseite unter <https://kphvie.ac.at/christiannosko/fermi-aufgaben.html> zum Download zur Verfügung. Der Einsatz sowie die Wirksamkeit der Materialien im Sachunterricht werden wissenschaftlich begleitet und beforscht.

Charakteristika von Fermi-Aufgaben

Nach Boesten (2013, S. 6) sind Fermi-Aufgaben, die auch als Fermi-Fragen oder Fermi-Probleme bezeichnet werden, realitätsbezogene kurze Fragestellungen, die meist keine Zahlen enthalten. Eine mögliche Aufgabenstellung wäre: „Wie hoch wäre ein Turm aus allen Schülerinnen und Schülern deiner Schule, wenn sich die Kinder auf die Schultern voneinander stellen?“ Auf den ersten Blick scheint eine Beantwortung, aufgrund fehlender Informationen, eher willkürlich. Die Informationsbeschaffung kann durch Recherchen, Schätzungen oder Denk- und Arbeitsweisen aus dem naturwissenschaftlichen Sachunterricht erfolgen. Um eine Lösung der Aufgabe zu finden, reicht reines Operieren nicht – vielmehr sind mathematische Kompetenzen wie Modellieren, Kommunizieren und Problemlösen nötig. Um dies optimal zu gewährleisten, sollten Fermi-Aufgaben nicht in Einzelarbeit, sondern von Schüler*innen mit unterschiedlichen mathematischen Fähigkeiten in heterogenen Arbeitsgruppen gelöst werden.

Die gefundene Antwort auf eine Fermi-Frage kann nicht als richtig oder falsch bezeichnet werden, da es dafür keine eindeutige Lösung gibt. Die Berechnung einer Aufgabe kann daher nicht abgeschlossen werden, jedoch kann die Annäherung an das Ergebnis exakter erfolgen, je intensiver die Auseinandersetzung mit der Frage stattfindet (Boesten, 2013, S. 6, 13; Haberzettl et al., 2018, S. 33; Witzel, 2015, S. 4).

Der italienische Kernphysiker und Nobelpreisträger Enrico Fermi (1901–1954) stellte im Rahmen seiner Tätigkeit als Professor an der Universität Chicago seinen Studierenden die bekannte Fermi-Aufgabe: „Wie viele Klavierstimmer gibt es wohl in Chicago?“ Für die Lösung dieser Aufgabe ist es nach Greefrath (2010, S. 80f.) notwendig, Schätzungen zu folgenden Bereichen zu treffen:

- Anzahl der Einwohner*innen von Chicago
- Anzahl der in einem Haushalt lebenden Personen
- Anzahl der Haushalte, die ein Klavier besitzen
- Häufigkeit, mit der ein Klavier gestimmt werden muss

- Dauer des Prozesses des Stimmens eines Klaviers
- Arbeitspensum eines Klavierstimmers

Auch heute findet diese Vorgehensweise zur Ermittlung annähernd richtiger Resultate in vielen Bereichen ihre Zustimmung und Anwendung, da Alltagsprobleme häufig keine exakten Lösungen zulassen (Boesten, 2013, S. 7). Beispielsweise konnte während der Corona-Pandemie mehrfach beobachtet werden, dass immer wieder neue Modelle gebildet wurden, um rechnerisch eine möglichst genaue Annäherung an die zu erwartende Inzidenz zu ermitteln.

Fermi-Aufgaben im Mathematikunterricht der Primarstufe

Nach Haberzettl et al. (2018) können durch den Einsatz von Fermi-Aufgaben verschiedene mathematische Kompetenzen in der Primarstufe, welche im Kompetenzmodell und den Kompetenzbereichen (1. bis 4. Schulstufe) im neuen Lehrplan für das Unterrichtsfach Mathematik in der Volksschule (BMBWF, 2023a, S. 1) beschrieben werden, gefördert werden. Dieses Modell basiert auf den Bildungsstandards des Bundesinstituts für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung (BIFIE, 2011, S. 7).

Das Kompetenzmodell umfasst die vier mathematischen Kompetenzen Modellieren, Operieren, Kommunizieren und Begründen sowie Problemlösen. Alle diese Bereiche können durch die Bearbeitung einer Fermi-Frage angesprochen werden: Das Modellieren beschreibt den Vorgang, ein Sachproblem, welches durch das Fermi-Problem aufgezeigt wird, durch Abstraktion in ein Situationsmodell zu übertragen. Dieses wird im nächsten Schritt weiter abstrahiert und mathematisiert, wodurch ein mathematisches Modell entsteht. Nun kann mithilfe verschiedener Operationen eine Lösung für die Fermi-Aufgabe gefunden werden. Aufgrund ihrer Komplexität werden Fermi-Aufgaben in der Volksschule meist in Kleingruppen bearbeitet. Im Zuge dieser Zusammenarbeit müssen die eigenen Gedanken verbalisiert und mathematische Sachverhalte mittels einer geeigneten Repräsentationsform den Gruppenmitgliedern mitgeteilt werden. Weiters ist es notwendig, Denkprozesse zu hinterfragen und schlüssig zu argumentieren (Büchter et al., 2010, S. 5). Um Fermi-Aufgaben lösen zu können, müssen geeignete Lösungsstrategien gefunden und genutzt werden. Diese Kompetenz wird im Kompetenzbereich Problemlösen beschrieben (BMBWF, 2023a, S. 1).

Die Kompetenz des Modellierens spielt bei der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben eine zentrale Rolle. Nach Haberzettl et al. (2018, S. 33) werden mathematische Inhalte dabei mit der Realität verknüpft, wodurch Schüler*innen dazu angeregt werden, ihre Umwelt bewusster und kritischer wahrzunehmen. Bei der Erstellung eines mathematischen Modells werden mehrere Konstruktionsprozesse durchlaufen. Es kann in diesem Zusammenhang von einem Kreislauf gesprochen werden, da diese Prozesse hintereinander ausgeführt und in vielen Fällen öfters

wiederholt werden. Ausgegangen wird von einer realen oder fiktiven Situation, welche die Erfahrungswelt der Schüler*innen berücksichtigt. Für die Berechnung der Fermi-Frage wird ein Situationsmodell erstellt, welches die kindliche Interpretation des anfänglichen Sachproblems beschreibt. Dieses Modell dient als Initiierung für die mathematische Modellierung. Das Mathematisieren beschreibt den Vorgang, bei welchem mathematisch relevante Aspekte herausgearbeitet und in einem mathematischen Modell strukturiert zusammengefasst werden. Dabei werden überflüssige Daten abstrahiert und relevante Informationen hinzugefügt. Innerhalb dieses mathematischen Modells werden die Inhalte durch mathematische Zeichen, Gleichungen oder Grafiken angeführt. Die mathematischen Sachverhalte werden verarbeitet, wodurch eine Lösung für die Fermi-Aufgabe gefunden werden kann. Schließlich erfolgt eine Validierung, um die Richtigkeit des Ergebnisses zu überprüfen.

Neben dem angeführten Kompetenzmodell sind im Lehrplan für das Unterrichtsfach Mathematik in der Volksschule vier zentrale fachliche Konzepte für die 1. bis 4. Schulstufe festgehalten (BMBWF, 2023a, S. 1). Diese umfassen die Bereiche Zahlen und Daten, Operationen, Größen sowie Ebene und Raum, welche gezielt durch geeignete Fermi-Aufgaben geschult werden können. Außerdem bereiten diese Fragestellungen die Schüler*innen auf Probleme im späteren Leben vor. Um Fermi-Aufgaben berechnen zu können, müssen die fehlenden Informationen erkannt und ermittelt werden. Dies ist eine wichtige Fähigkeit, da im Alltag meist nicht alle Daten, die für die Lösung eines Problems notwendig sind, vorliegen (Boesten, 2013, S. 8). Die Verknüpfung des Alltagsdenkens mit dem mathematischen Denken effektiviert den Lernprozess (Bardy, 2007, S. 28–30). Der Wechsel der beiden Denkweisen soll reflektiert stattfinden. Die Schätzungen und Ergebnisse, welche die Schüler*innen bei der Bearbeitung der Fermi-Aufgabe durchführen und erhalten, müssen daher bezüglich ihrer Richtigkeit überprüft werden.

Schulische Aufgaben im Mathematikunterricht führen meist zu einem exakten Ergebnis. Alle notwendigen Informationen können aus der Angabe entnommen werden. Dies hat zur Folge, dass anstelle des mathematischen Wissens der Schüler*innen ausschließlich die Rechenfertigkeiten geschult werden. In den PISA-Studien ist daher der Entschluss gefasst worden, vermehrt Aufgaben zu stellen, welche die Denk- und Urteilsfähigkeit von Schüler*innen überprüfen. Für Lehrpersonen bedeutet dies, die gesetzten Lernziele bezüglich ihrer Relevanz nach der Schulzeit neu zu überdenken (Stern, 2010, S. 34–36).

Fermi-Probleme scheinen auf den ersten Blick aufgrund der prägnanten Fragestellung kaum lösbar. Von den Schüler*innen wird daher verlangt, die Frage in Teilfragen zu unterteilen und eine passende Lösungsstrategie zu entwickeln (Büchter et al., 2010, S. 5). Die vielfältigen Lösungsmöglichkeiten scheinen auf den ersten Blick verlockend, können bei Schüler*innen jedoch schnell zu Überforderung

und Unsicherheit führen. Dies wahrzunehmen und die Herausforderung anzugehen, ein scheinbar unlösbares Problem zu lösen, ist folglich ein weiteres Ziel.

Fermi-Aufgaben eignen sich zudem zur Förderung mathematisch begabter Schüler*innen. Nach Käpnick und Benölken (2020, S. 141–148) ermöglicht die Bearbeitung dieser qualitativ herausfordernden Aufgaben eine Vertiefung der Lerninhalte. Mit dieser Fördermethode, die dem Enrichment zugeordnet wird, können mathematische Fähigkeiten zielgerichtet und individuell im eigenen Klassenverband ausgebaut werden. Schüler*innen mit einer mathematischen Begabung besitzen im Bereich des Problemlösens besondere Stärken. Sie arbeiten ausdauernd und können Lösungen intuitiv erahnen beziehungsweise sich daran herantasten. Darüber hinaus sind sie in der Lage, Systeme zu entwickeln, diese zu befolgen und so eine Lösung zu finden. Die Problemlösekompetenz ist für die Bearbeitung von Fermi-Aufgaben von zentraler Bedeutung, da Schüler*innen dabei ausdauernd arbeiten müssen, um selbstständig einen Lösungsweg zu finden. Dazu ist es häufig notwendig, verschiedene Darstellungsarten miteinander in Beziehung zu setzen, um so neue Einsichten gewinnen zu können. Dies stellt ebenfalls einen Teilbereich des Problemlösens dar. Die mathematisch begabten Schüler*innen werden durch den Einsatz von Fermi-Aufgaben also zu kritischem und kreativem Denken angeregt.

Aufgrund ihrer besonderen Charakteristik sind Fermi-Aufgaben dazu prädestiniert, neben der Förderung fachlicher Kompetenzen im Mathematikunterricht auch zum Erwerb überfachlicher Kompetenzen (UFK) beitragen zu können. Diese werden im Nationalen Bildungsbericht (2012) folgendermaßen beschrieben: „Auf das ‚Selbst‘ bezogene UFK beziehen sich auf den Umgang einer Person mit sich selbst; sozial-interaktive UFK beziehen sich auf den Umgang mit anderen Personen; methodenbezogene UFK thematisieren den Bezug zwischen einer Person und den ‚Themen‘ (Stoffen, Inhalten), mit denen sie sich auseinandersetzt; gesellschaftsbezogene UFK zielen auf den Umgang innerhalb bestimmter (Teil-)Systeme der Gesellschaft; umweltbezogene UFK beziehen sich auf den Umgang mit der ökologischen Umwelt.“ (Eder & Hofmann, 2012, S. 79) Eder und Hofmann (2012, S. 71) betonen dabei, dass die UFK über die inhaltliche Struktur einzelner Schulfächer hinausgehen und dementsprechend auch mehrere Schulfächer für deren Förderung relevant sind. Die UFK beschränken sich nicht nur auf Schule, sondern weisen einen expliziten Alltagsbezug auf. Hier wird das Potenzial der Fermi-Aufgaben sichtbar: Methodenbezogene UFK können durch Fermi-Aufgaben gefördert werden, wenn Schüler*innen beispielsweise mithilfe verschiedener Medien recherchieren, die gewonnenen Informationen zusammenfassen, sich mit Informationen kritisch auseinandersetzen und diese bewerten. Umweltbezogene UFK können dort gefördert werden, wo Schüler*innen sich mit Fragen der Umweltbildung auseinandersetzen, die Aufgaben lösen und sich auf diesem Weg intensiv Wissen aneignen und in Folge sich mit dem eigenen Handeln auseinandersetzen.

Nachhaltige Entwicklung als Bildungsauftrag in der Primarstufe

Der Grundsatzterlass Umweltbildung für nachhaltige Entwicklung wurde in Österreich 2014 aktualisiert und neu konzipiert. Er ist als Grundlage für alle Aktivitäten im Bereich Umweltbildung anzusehen und gilt für alle Schulstufen aller Schularten. „Umweltbildung fördert damit den Erwerb von Kompetenzen, um die natürlichen Lebensgrundlagen und Ressourcen in ihrer Begrenztheit zu verstehen und Umwelt und Gesellschaft vorausschauend, solidarisch und verantwortungsvoll mitzugestalten.“ (BMBF, 2014, S. 2) Diese Kompetenzen werden dabei in den Abstufungen „Wissen aufbauen, reflektieren, weitergeben“, „Haltungen entwickeln“ sowie „bewerten, entscheiden, umsetzen“ beschrieben, was auch bei der Planung von Unterricht berücksichtigt werden soll. Der Lehrplan für den Sachunterricht in der Primarstufe greift Umweltbildung für nachhaltige Entwicklung als ein übergreifendes Thema auf. In der Beschreibung des naturwissenschaftlichen Kompetenzbereiches (BMBWF, 2023b, S. 3) wird betont: „Das Verhältnis des Menschen zur unbelebten und belebten Natur ist unter dem Aspekt der Umweltbildung für nachhaltige Entwicklung zu gestalten.“

Kaum jemand, der sich ernsthaft mit dem Klimawandel und dessen Folgen auseinandergesetzt hat, wird gegenüber den Zielen der Umweltbildung skeptisch sein. Wohl aber gibt es Bedenken, diese bereits in der Primarstufe, also mit Schüler*innen zwischen sechs und zehn Jahren, zu behandeln. De Haan (2009, S. 9) beschreibt anschaulich diese Bedenken, von denen eines hier exemplarisch herausgegriffen und relativiert werden soll: „Grundschulkindern sind noch nicht in der Lage, diese Komplexität hinreichend zu erfassen, didaktische Reduktionen führen zu unangemessenen, weil verkürzten Darstellungen, so wird manchmal argumentiert.“ In mehreren Studien (De Haan, 2009, S. 15f.) konnte gezeigt werden, dass sich bereits Schüler*innen der Primarstufe mit anspruchsvollen Inhalten und für die nachhaltige Entwicklung relevanten Themen auseinandersetzen können. Themen wie Abfall, Ernährung, Wasser, Energie oder Konsumverhalten können hier genannt werden. Um jedoch eine Überforderung der Schüler*innen zu vermeiden, ist eine Orientierung an der Methode des Spiralcurriculums sinnvoll: Die Themen kehren in folgenden Schuljahren in immer komplexerer und anspruchsvollerer Form wieder.

Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE) soll aber nicht isoliert gesehen, sondern stets im Zusammenhang mit den Sustainable Development Goals (kurz SDGs) gedacht werden. Die SDGs umfassen 17 Nachhaltigkeitsziele, die im Jahr 2015 von allen 193 Mitgliedern der Vereinten Nationen in der Agenda 2030 beschlossen wurden. „Mit ihrem Ziel, übergreifende Nachhaltigkeitskompetenzen bei den Lernenden zu entwickeln, leistet BNE einen wesentlichen Beitrag für alle Bemühungen zum Erreichen der SDGs.“ (Rieckmann, 2018, S. 6) Das Unterziel 4.7 der SDGs bezieht sich konkret auf BNE, es will: „Bis 2030 sicherstellen, dass alle Lernenden die notwendigen Kenntnisse und Qualifikationen zur Förderung nachhaltiger Entwicklung erwerben, unter anderem durch Bildung für nachhaltige

Entwicklung und nachhaltige Lebensweisen, Menschenrechte, Geschlechtergleichstellung, eine Kultur des Friedens und der Gewaltlosigkeit, Weltbürgerschaft und die Wertschätzung kultureller Vielfalt und des Beitrags der Kultur zu nachhaltiger Entwicklung.“ (Generalversammlung der Vereinten Nationen, 2015, S. 18) Rieckmann (2018, S. 5) betont: „Bildung ist daher entscheidend für das Erreichen einer nachhaltigen Entwicklung“. Eine Auseinandersetzung mit den SDGs und die Förderung der Nachhaltigkeitskompetenzen sind folglich wesentliche Bestandteile des Unterrichts. Dem Sachunterricht in der Primarstufe kommt durch seine Vielperspektivität in diesem Zusammenhang eine wesentliche Bedeutung zu, da er gemäß dem Lehrplan (2023b, S. 1) unter anderem dieses Ziel verfolgt: „Grundlegende sachunterrichtliche Bildung greift die Erfahrungen, die Schülerinnen und Schüler aus der vorschulischen Sozialisation mitbringen, auf und fördert den Aufbau der für den weiteren Bildungs- und Lebensgang erforderlichen zentralen fachlichen Konzepte und Kompetenzen.“

Konzept der Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung

Im Rahmen des Projektes Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung in der Primarstufe wurden in einem ersten Schritt Aufgabenstellungen für Schüler*innen entwickelt, die auf Kärtchen ausgedruckt im Unterricht eingesetzt werden können. Bei der Entwicklung der Aufgaben wurden mehrere Aspekte berücksichtigt, die im Folgenden beschrieben werden.

1) Lebensweltbezug

Bei der Entwicklung der Aufgaben wurde besonders auf den Bezug zur Lebenswelt der Schüler*innen geachtet. Zum einen ist dies durch die Forderungen des Lehrplans der Primarstufe (BMBWF, 2023b, S. 1) begründet: „Der Sachunterricht hat die zentrale Aufgabe, Schülerinnen und Schüler darin zu unterstützen, die Welt zu erkunden, ihre unmittelbare und mittelbare Umwelt zu erschließen und sich Weltwissen anzueignen.“ Zum anderen sind es psychologische Argumente, die laut zahlreicher Studien Menschen vom (klimabewussten) Handeln abhalten, und hier berücksichtigt wurden (Scorza, 2022, S. 61–65). Dabei sind besonders die psychologische Distanz und die Verantwortungsdiffusion zu betonen. Insofern ist es notwendig, besonders auf die lokalen Folgen des Klimawandels aufmerksam zu machen und gemeinsam mit Schüler*innen Ideen für konkretes Verhalten und Gruppenprojekte zu formulieren, um ihnen Möglichkeiten eigenen Handelns aufzuzeigen.

2) Verbindung zu den SDGs

Die Fermi-Aufgaben sind eine gute Möglichkeit zur Auseinandersetzung mit der Agenda 2030 und den nachhaltigen Entwicklungszielen. Daher werden in der Handreichung für Lehrer*innen bei der Beschreibung der einzelnen Aufgaben meist mehrere SDGs genannt, die damit in Verbindung stehen. Beispielsweise bietet sich

bei Aufgabe 2) *Babyelefant oder T-Shirts?* eine Auseinandersetzung mit SDG 12: Nachhaltige/r Konsum und Produktion an, um das eigene Konsumverhalten zu reflektieren. In eine ganz andere Richtung geht die Auseinandersetzung mit dieser Aufgabe, wenn ein Bezug zu SDG 13: Maßnahmen zum Klimaschutz hergestellt wird. Dabei möchten wir betonen, dass diese Angaben als Vorschläge gedacht und mit Sicherheit noch andere Verbindungen gegeben sind.

3) Beachtung der Besonderheiten der Primarstufe

Als besonders herausfordernd erwies sich die Konzeption der Aufgaben für die Primarstufe: Auf den eingeschränkten Zahlenraum, vorhandene mathematische Kompetenzen, Inhalte sowie das naturwissenschaftliche Vorwissen wurde Rücksicht genommen, was bei einem so komplexen und vernetzten Thema wie der nachhaltigen Entwicklung nicht einfach ist. Dafür wurde versucht, dem Wesen des Sachunterrichts, allem voran der Vielperspektivität, und auch der Möglichkeit zum fächerübergreifenden Arbeiten gerecht zu werden. Dadurch kann besonders bei Themen zur Nachhaltigkeit die Förderung überfachlicher Kompetenzen sowie von Motivation und Interesse gelingen (Metzger, 2019, S. 31).

4) Vom Wissen zum Handeln

Aufgrund der Tatsache, dass alle Aufgaben aus der Lebenswelt der Schüler*innen stammen, besteht auch für alle Beteiligten die Möglichkeit, aktiv zu werden. Ziel ist es, dass der Unterricht mit den Fermi-Aufgaben nicht beim bloßen Ermitteln der Lösung endet. Vielmehr bieten die Aufgaben für Schüler*innen die Chance, in einem ersten Schritt ein grundlegendes Wissen zu einzelnen Bereichen der Umweltbildung zu erwerben, Haltungen zu entwickeln und schlussendlich reflektiert zu handeln. In der Handreichung für Lehrer*innen sind dazu unter dem Punkt „Einige Alternativen erkennen“ Ideen aufgelistet, die Handlungsalternativen beschreiben und auch in Schulprojekten, womöglich mit Involvierung externer Akteur*innen, ihren Niederschlag finden könnten.

Ein prototypisches Beispiel für Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung

Auf der Projektseite wurden bis Juni 2023 vier Fermi-Aufgaben mit Handreichungen für Lehrer*innen veröffentlicht (siehe Tabelle 1).

Titel	Fragestellung	Bezug zu den SDGs
Autos auf dem Tennisplatz	Passen die Autos aller Erziehungsberechtigten, die damit zum Elternabend der 4. Klassen kommen, auf einen Tennisplatz?	Ziel 11: Nachhaltige Städte und Gemeinden; Ziel 13: Maßnahmen zum Klimaschutz
Babyelefant oder T-Shirts?	Ein Babyelefant wiegt weniger als alle T-Shirts der Kinder aus deiner Klasse. Kann das stimmen?	Ziel 8: Menschenwürdige Arbeit und Wirtschaftswachstum; Ziel 12: Nachhaltige/r Konsum und Produktion; Ziel 13: Maßnahmen zum Klimaschutz
Plastikflaschen auf der Waage	Wie viel Kilogramm Plastik kann deine Klasse in einem Monat durch wiederverwendbare Trinkflaschen einsparen?	Ziel 12: Nachhaltige/r Konsum und Produktion; Ziel 14: Leben unter Wasser
Wasserflaschen für Rindfleisch	Wie viel Wasser wird benötigt, wenn du eine Portion Rindfleisch isst? Wie lange ist die Schlange aus hintereinander aufgestellten 1-Liter-Wasserflaschen, die mit dieser Menge Wasser befüllt werden können?	Ziel 8: Menschenwürdige Arbeit und Wirtschaftswachstum; Ziel 12: Nachhaltige/r Konsum und Produktion; Ziel 13: Maßnahmen zum Klimaschutz

Tab. 1: Verfügbare Fermi-Aufgaben

Exemplarisch wird *Aufgabe 3) Plastikflaschen auf der Waage* im Folgenden näher beleuchtet. Die Aufgabenkarte für Schüler*innen beinhaltet die Fermi-Aufgabe sowie Hinweise zur Lösung auf der Rückseite (siehe Abbildung 1). Zu jeder Aufgabe steht auf der Projektwebseite zusätzlich eine Handreichung für Lehrer*innen zum Download zur Verfügung.

 <p>Plastikflaschen auf der Waage</p> <p>Wie viel Kilogramm Plastik kann deine Klasse in einem Monat durch wiederverwendbare Trinkflaschen einsparen ?</p> <p><small>Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung in der Primarstufe</small></p>	<p>Hinweise</p> <p>Überlege, wie du herausfinden kannst, wie viel eine leere Plastikflasche wiegt.</p> <p>Wie viele Plastikflaschen würden die Kinder deiner Klasse täglich benötigen, wenn angenommen wird, dass keine wiederverwendbaren Flaschen genutzt werden ?</p> <p>Achte auf die Umrechnung zwischen Milligramm (mg), Gramm (g) und Kilogramm (kg).</p> <p><small>Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung in der Primarstufe</small></p>
---	--

Abb. 1: Aufgabe 3) Plastikflaschen auf der Waage

In der Handreichung für Lehrpersonen wird dargelegt, aus welchen Gründen die Aufgabe für eine nachhaltige Entwicklung von Bedeutung ist: Laut Bericht von Global2000 werden in Österreich jährlich 1,6 Milliarden Plastikflaschen auf den Markt gebracht. In dieser Aufgabenstellung steht die Problematik der PET-Flaschen, wie sie für Getränkeflaschen verwendet werden, im Vordergrund. Schüler*innen sind damit täglich in Kontakt, nämlich bei der Entscheidung, ob sie eine wiederverwendbare oder eine Einweg-Flasche in der Schule verwenden sollen. Dadurch ergibt sich vor allem ein Bezug zu den SDGs Ziel 12: Nachhaltige/r Konsum und Produktion sowie Ziel 14: Leben unter Wasser, wobei natürlich auch Verbindungen zu anderen Zielen gegeben sind.

Ziel dieser Fermi-Aufgabe ist es, den Schüler*innen eindrucksvoll und sachlich vor Augen zu führen, wie viele PET-Flaschen allein durch Getränke in einem Monat in einer Schulklasse anfallen. Durch das Aufzeigen der damit einhergehenden Probleme für uns alle und das Schaffen von Bewusstsein für nachhaltige Trinkflaschen können konkrete Handlungsalternativen entwickelt werden.

Einsatz der Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung im Unterricht

Der Einsatz der Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung wird momentan im Rahmen mehrerer Bachelor- und Masterarbeiten mit unterschiedlichen Fragestellungen in Schulklassen untersucht. Darüber hinaus wurden im Wintersemester 2022 Masterstudierende an der Kirchlichen Pädagogischen Hochschule Wien/Krems in einem Seminar zum naturwissenschaftlichen Sachunterricht mit dieser Methode konfrontiert, die sie dann in ihrem eigenen Unterricht einsetzten.

Eine Studierende ist in ihrer Bachelorarbeit der Forschungsfrage „Welche Chancen und Risiken bringt der Einsatz von Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung bei Schüler*innen der II. Grundstufe mit sich?“ nachgegangen. Dazu wurde die Fermi-Aufgabe 3) in einer Unterrichtsstunde in einer 3. Schulstufe mit 24 Schüler*innen

(zwölf Mädchen, zwölf Buben) im Sommersemester 2023 an einer privaten Volksschule in Wien bearbeitet. Die Auswahl der Frage wurde aufgrund des direkten Bezugs zur Lebenswelt der Schüler*innen und der Einschätzung der Klasse getroffen.

Im Rahmen der Untersuchung wurden folgende Methoden kombiniert:

- Teilnehmende Beobachtung der Unterrichtsstunde nach erarbeiteten Kriterien
- Inhaltsanalytische Auswertung der Skizzen und Notizen von acht Gruppen zu je drei Schüler*innen
- Auswertung von 24 Fragebögen, die im Anschluss an die Unterrichtsstunde von den Schüler*innen bearbeitet wurden, nach qualitativen und quantitativen Gesichtspunkten
- Inhaltsanalytische Auswertung der Tonaufnahme während der Gruppenphase sowie der Interviews nach der Unterrichtsstunde von einer Kleingruppe (ein Mädchen, zwei Buben)

Durchführung der Unterrichtssequenz

Zu Beginn wurden die Schüler*innen zur Bearbeitung der Fermi-Frage in Dreiergruppen eingeteilt. Aufgabe war es, innerhalb einer Unterrichtsstunde gemeinsam zu einer Lösung zu kommen. Vorab wurde von der Studierenden überlegt, welche Informationen den Schüler*innen zur Lösung der Fermi-Aufgabe fehlen könnten, und es wurden ihnen dementsprechend PET-Flaschen, Waagen zum Abwiegen der Flaschen sowie Bücher mit Hintergrundwissen zum Thema Plastik zur Verfügung gestellt. Jede Gruppe bekam die Aufgabenkarte mit der Frage und den Hinweisen. Während der Arbeitsphase standen die Lehrerin und die Studierende für Fragen zur Verfügung. Die Schüler*innen konnten sich die benötigten Utensilien bei Bedarf selbstständig vom Materialtisch holen. Besonders wurde darauf hingewiesen, dass es auf die Frage keine richtige oder falsche Antwort gibt, sondern dass es darum geht, einen plausiblen Lösungsweg zu finden. Als Basis für die Berechnungen wurde von der Lehrperson der Monat März vorgeschlagen. Damit wurde die Frage „Was darf höchstens oder mindestens angenommen werden?“ im Vorfeld ein wenig eingegrenzt (Büchter et al., 2010, S. 12f.).

Die Schüler*innen wurden vorab gebeten, ihre Ideen und Lösungen in der Kleingruppe zu notieren und, wenn möglich, dabei auch Skizzen oder Zeichnungen anzufertigen. Da die Schüler*innen das Multiplizieren mit mehrstelligem Multiplikator noch nicht gelernt hatten, wurden sie dabei von der Lehrperson unterstützt. Auftretende Rechenfehler in den Notizen sind häufig darauf zurückzuführen, dass selbstständig versucht wurde, die ungewohnt hohen Rechnungen zu lösen. Im Anschluss an die Unterrichtsstunde wurden die Kinder der

ausgewählten Kleingruppe einzeln mittels Leitfaden zu den bearbeiteten Fermi-Aufgaben und der korrespondierenden Umweltproblematik interviewt.

Beschreibung der weiterführenden Unterrichtssequenz

In der darauffolgenden Woche wurde in dieser Klasse eine Sachunterrichtsstunde durchgeführt, um das Thema der Fermi-Aufgabe aufzugreifen, zu vertiefen und den Bezug zu einer nachhaltigen Entwicklung herzustellen. Anhand des Themas Plastik wurden die Aspekte Müllvermeidung, Recycling und Umweltschutz behandelt. Zu Beginn konnten die Schüler*innen unterschiedliche Gegenstände aus Plastik (Kleidung, Spielzeug, Verpackungsmaterial, Plastikgeschirr etc.) anschauen und angreifen, um zu erfahren, welche Alltagsgegenstände Plastik enthalten oder gänzlich aus Plastik bestehen. Danach sollten Textkärtchen in die richtige Reihenfolge gebracht werden, um eine Geschichte, in der es um die Umweltschäden durch Plastik geht, lesen zu können. Anschließend wurde besprochen, woraus Plastik besteht und warum es in der Industrie so gerne eingesetzt wird. Den Abschluss der Stunde bildete ein Rätsel, bei dem es herauszufinden galt, wie lange unterschiedliche Materialien zum Verrotten brauchen. Dabei erfuhren die Schüler*innen, dass Plastik sich nicht komplett zersetzt, sondern nur in Mikroplastik zerfällt und als solches von Mensch und Tier über Nahrung und Trinkwasser aufgenommen wird. Damit gelingt eine ansprechende Verknüpfung des naturwissenschaftlichen, wirtschaftlichen und geografischen Kompetenzbereiches im Sachunterricht.

Auswertung der Lösungswege der einzelnen Kleingruppen

Im Rahmen der Datenauswertung wurde der Frage nachgegangen, wie die Schüler*innen den Prozess des Modellierens bewältigt haben. Dazu wurde nach der Analyse der Lösungswege der acht Kleingruppen eine Typenbildung vorgenommen, die im Folgenden vorgestellt wird:

Lösungsweg 1: Anzahl der Tage x Anzahl der Schüler*innen x Gewicht

Vier der acht Gruppen haben ihre Lösung errechnet, indem sie die Anzahl der Tage eines Monats mit der Anzahl der Schüler*innen der Klasse und dem Gewicht multipliziert haben.

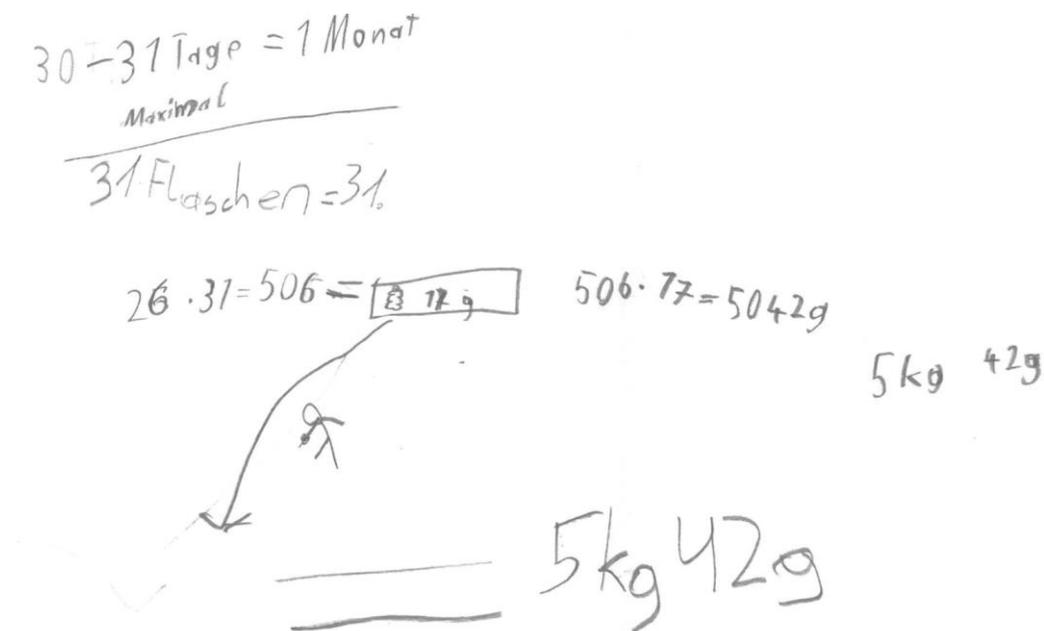


Abb. 2: Erarbeitung Gruppe 1

Lösungsweg 2: Anzahl der Schüler*innen x Gewicht

Eine Gruppe ist davon ausgegangen, dass einen Monat lang dieselben 27 Flaschen verwendet werden, somit fallen nur 27 Flaschen an. Diese Anzahl wurde mit 16, dem in Gramm ermittelten Gewicht einer Flasche, multipliziert.

Abb. 3: Erarbeitung Gruppe 2

Jedes Kind nimmt eine Flasche aus dem Müll wäscht sie gut aus und benutzt sie den ganzen Monat

Lösung

27 jedes hat eine benutzt sie den ganzen Monat

$$16 \cdot 27 = 837 \text{ g} \\ 0,837 \text{ kg}$$

Lösungsweg 3: Anzahl der Wochen eines Monats x Anzahl der Schüler*innen x Gewicht

Eine Gruppe hat die Anzahl der Schüler*innen mit den Wochen in einem Monat, in denen offenbar jeweils dieselbe Flasche verwendet wurde, und dem Gewicht multipliziert.

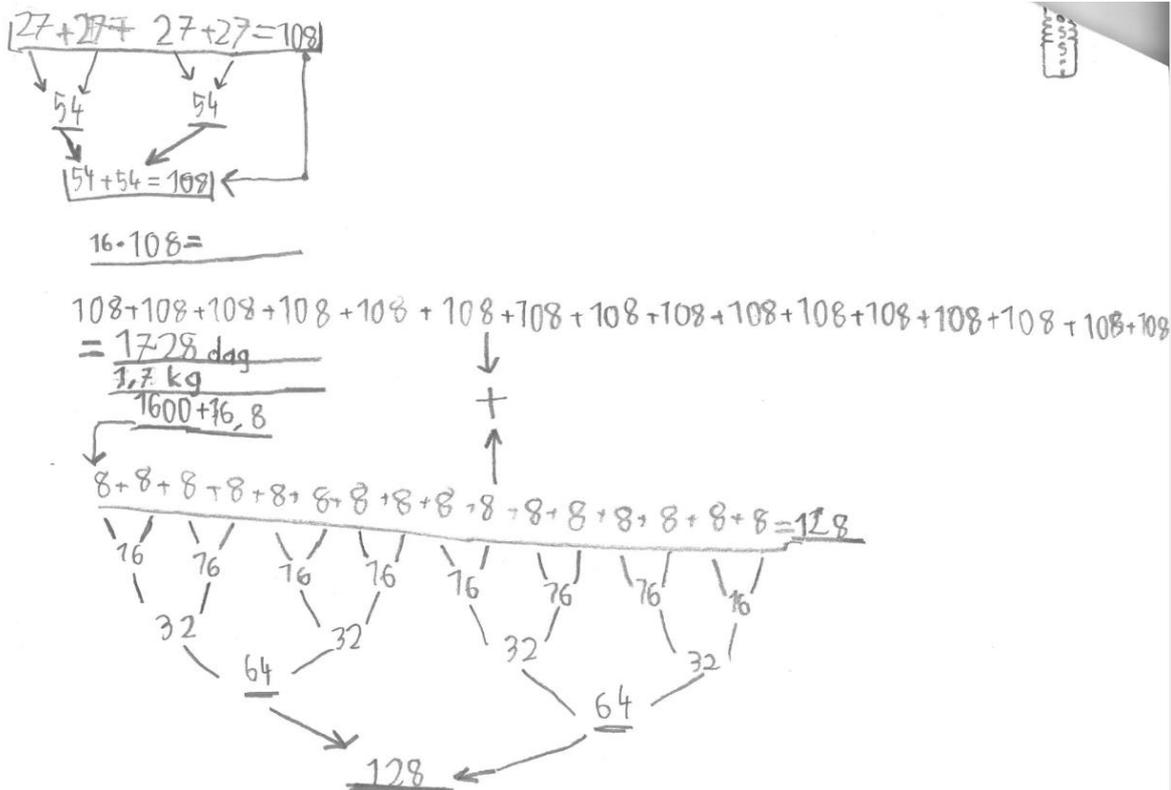


Abb. 4: Erarbeitung Gruppe 8

Lösungsweg 4: Anzahl der Schüler*innen x 20 Schultage x Gewicht

Zwei Gruppen multiplizierten die Anzahl der Schüler*innen mit 20 Schultagen und dem Gewicht, setzten diesen Lösungsweg aber fehlerhaft und unvollständig um.

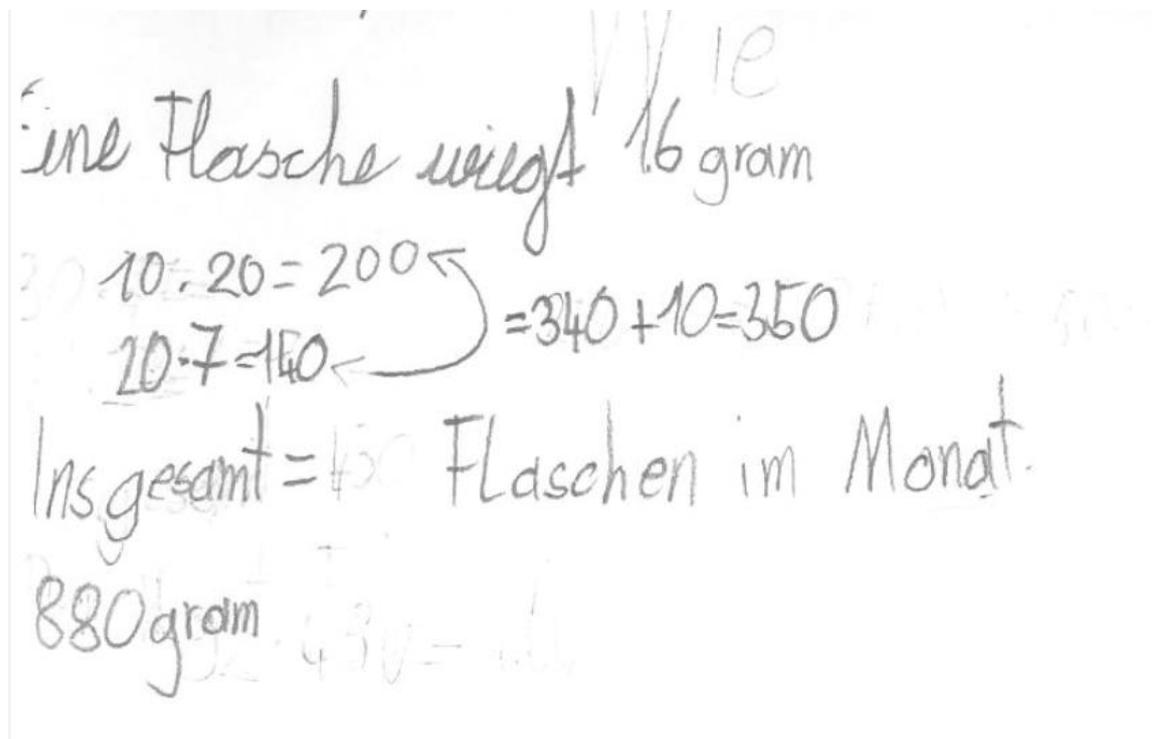


Abb. 5: Erarbeitung Gruppe 4

Weitere Ergebnisse

Im Rahmen der strukturierten Beobachtung des Gruppenprozesses im Unterricht konnte festgestellt werden, dass der einmal getroffene Lösungsweg zu keinem Zeitpunkt infrage gestellt wurde: Auch in den Interviews im Anschluss an die Bearbeitung sagen die Schüler*innen, dass sie den Lösungsweg nicht verändern würden, wohl aber die Rechenoperation. Es erfolgt keine Validierung, ob die Ergebnisse plausibel erscheinen. Strategien zu finden oder Sachsituationen in mathematische Modelle zu übertragen und zu überprüfen, ob diese passend sind, scheint für die Schüler*innen ungewohnt zu sein. Die Auswertungen der Tonaufnahme sowie der anschließenden Interviews zeigen aber auch, dass die Schüler*innen von den Multiplikationen mit mehrstelligen Faktoren überfordert waren. Auch das Kommunizieren über Rechenstrategien wirkt unbeholfen.

Interessant erscheint die Tatsache, dass dennoch kaum ein Unterschied zwischen der Fermi-Aufgabe und anderen schulischen Mathematikaufgaben erkannt wurde: „Es gibt kein Richtig oder Falsch“ wurde von sieben der 24 Schüler*innen in den Fragebögen bestätigt, aber sonst erkannten sie keine Auffälligkeiten.

Für alle Kinder der Klasse ist der Umweltbezug klar erkennbar. 15 Schüler*innen gaben in den Fragebögen an, dass sie in Zukunft weniger bis gar keine Plastikflaschen mehr kaufen wollen. Aber auch Schlüsse wurden gezogen, wie zum Beispiel, dass weniger mit dem Auto gefahren werden sollte oder, dass Plastikflaschen auf keinen Fall in die Meere geworfen werden sollten.

Dass die Aufgabe ein Umweltthema zum Hintergrund hat, wurde von allen Kindern der Klasse gut angenommen. Es war nicht nur Interesse vorhanden, sondern mehr als der Hälfte der Schüler*innen war nach der Stunde bewusst, dass ein hoher Verbrauch an Plastikflaschen sehr schlecht für die Umwelt ist.

Fazit

In der Untersuchung wurde deutlich, dass Schüler*innen kaum gewohnt sind, Aufgaben im Stil der Fermi-Fragen zu lösen, sondern vielmehr versuchen, Rechnungen abzuarbeiten. Besonders die Kompetenzen Modellieren und Kommunizieren sollten anhand geeigneter offener Fragestellungen gefördert werden, da sich dies auch positiv auf andere Kompetenzbereiche auswirken könnte.

Beim Lösen der Fermi-Aufgaben sollten Schüler*innen ermutigt werden, verschiedene Lösungswege anzudenken, um dann gezielt einen davon auszuwählen. Auf diese Art würde der Fokus noch stärker auf dem Erfassen und Beschreiben des Problems mit der verbundenen Umsetzung in ein mathematisches Modell liegen. Eine anschließende Präsentation der Ergebnisse könnte, besonders für schwächere Schüler*innen, hilfreich und interessant sein.

Aufgrund ihrer Komplexität besitzen Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung das Potenzial, eine Vernetzung zwischen dem vielperspektivischen Sachunterricht

und Mathematik herzustellen und dabei die mannigfaltigen Bezüge zwischen den Kompetenzbereichen aufzuzeigen. Allerdings muss diese Auseinandersetzung im Rahmen weiterer Unterrichtssequenzen von der Lehrperson angeleitet werden.

Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung sind eine gute Möglichkeit, um ein Problembewusstsein und Interesse für derartige Fragen zu schaffen. Besonders die hohe Aktivität der Schüler*innen in der Phase der Recherche bietet zahlreiche Chancen für die Erarbeitung von Wissen und die Planung möglicher Projekte.

Bei den Masterstudierenden im Seminar zum naturwissenschaftlichen Sachunterricht zeigte sich, dass sie kompetenzorientierte Aufgaben im Mathematikunterricht für nötig und wichtig erachten. Setzen sie die Fermi-Aufgaben im Unterricht ein, so wird auch die Begeisterung der Kinder wahrgenommen: „Kurz zusammengefasst kann man sagen, dass die Fermi-Aufgaben in der Klasse gut angekommen sind. Auch das Tüfteln und Knobeln mit großen Zahlen hat den meisten Spaß gemacht und fast noch wichtiger, die Kinder wurden zum Nachdenken über das Umwelt-Thema angeregt.“ [DJP, S. 15] Trotzdem erweckt es den Anschein, als würden die Studierenden derart gestaltete Aufgaben kaum, oder nur nach expliziter Ermunterung, im Unterricht einsetzen. In ihrem Unterricht hat ein Großteil der Masterstudierenden die Funktion der Aufgabenkärtchen überschätzt: Oftmals wurde erwartet, dass sich Schüler*innen damit völlig selbstständig Hintergrundwissen erarbeiten bzw. erwerben und mögliche Handlungsalternativen entwickeln. Im Seminar musste daher nochmals darauf hingewiesen werden, dass Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung eine Möglichkeit darstellen, um eine Begegnung mit der Thematik zu schaffen und Interesse zu wecken. Darauf aufbauend liegt es aber bei den Lehrer*innen, mit den Schüler*innen gemeinsam vom Wissen zum Handeln zu gelangen.

Ausblick und nächste Schritte

Aufgrund der ersten Untersuchungsergebnisse haben wir uns für die Weiterentwicklung der Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung in der Primarstufe folgende Ziele gesetzt:

- Entwicklung weiterer Aufgabenkärtchen für die Primarstufe, die eine Aufgabenstellung und Hinweise für Schüler*innen enthalten sowie von Begleitmaterialien für Lehrer*innen.
- Formulierung einer „grünen Frage“ auf den Kärtchen, welche den Aspekt der Umweltbildung und eigener Handlungsoptionen noch deutlicher sichtbar macht.
- Entwicklung von Fortbildungsveranstaltungen und Informationsmaterialien für Lehrer*innen über das Konzept der Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung. Chancen des Einsatzes von Fermi-Aufgaben sollen stärker aufgezeigt und die Funktion der Aufgabenkärtchen deutlicher herausgearbeitet werden.

- Dissemination der Fermi-Aufgaben zur nachhaltigen Entwicklung im Rahmen von Tagungen und Publikationen.
- Weitere Erprobung der Fermi-Aufgaben in der Schulpraxis und Verbesserung des Angebots in einem iterativen Prozess.
- Vorstellung, Einsatz und Diskussion der Fermi-Aufgaben in der Ausbildung von Lehrer*innen für die Primarstufe nach dem Prinzip des pädagogischen Doppeldeckers.

Literatur

Bardy, P. (2007). *Mathematisch begabte Grundschul Kinder: Diagnostik und Förderung*. 1. Auflage. Heidelberg: Spektrum.

Boesten, J. (2013). *Die Mathe-Knobel-Kartei*. Fermi-Aufgaben, Klasse 3–6. Offene Aufgaben in 3 Schwierigkeitsstufen mit Lösungshilfen. Mülheim an der Ruhr: Verlag an der Ruhr.

Büchter, A., Herget, W., Leuders, T. & Müller, J. (Hrsg.) (2010). *Die Fermi-Box. 5. bis 7. Klasse, Lehrerkommentar*. 1. Auflage. Stuttgart: Verlag für Pädagogische Medien (VPM).

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (BIFIE) (2011). *Bildungsstandards: Praxishandbuch für „Mathematik“ 4. Schulstufe*. 2. Auflage. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/_Resources/Persistent/db40c54aa85bb8adb5839f9e2aee9db5cf0c3203/bist_m_vs_praxishandbuch_mathematik_4_2011-08-22.pdf [23.03.2024].

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF) (2023a). *Lehrplan Mathematik (Volksschule)*. Verfügbar unter: <https://www.paedagogikpaket.at/component/edocman/239-lehrplan-2/download.html?Itemid=0> [23.03.2024].

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF) (2023b). *Lehrplan Sachunterricht (Volksschule)*. Verfügbar unter: <https://www.paedagogikpaket.at/component/edocman/242-lehrplan-2/download.html?Itemid=0> [23.03.2024].

Bundesministerium für Bildung und Frauen (BMBF) (2014). *Grundsatz erlass Umweltbildung für nachhaltige Entwicklung*. Verfügbar unter: https://rundschriften.bmbwf.gv.at/download/2014_20.pdf [23.03.2024].

De Haan, G. (2009). *Bildung für nachhaltige Entwicklung für die Grundschule*. Forschungsvorhaben Bildungsservice des Bundesumweltministeriums. Verfügbar unter: <https://docplayer.org/19824386-Bildung-fuer-nachhaltige-entwicklung-fuer-die-grundschule-forschungsvorhabenbildungsservice-des-bundesumweltministeriums-www-bmu.html> [23.03.2024].

Eder, F. & Hofmann, F. (2012). Überfachliche Kompetenzen in der österreichischen Schule: Bestandsaufnahme, Implikationen, Entwicklungsperspektiven. In B. Herzog-Punzenberger (Hrsg.), *Nationaler Bildungsbericht Österreich 2012*. Band 2: Fokussierte Analysen bildungspolitischer Schwerpunktthemen (S. 71–109). Graz: Leykam.

Generalversammlung der Vereinten Nationen (2015). *Transformation unserer Welt: die Agenda 2030 für nachhaltige Entwicklung*. Resolution der Generalversammlung, verabschiedet am 25. September 2015. Online verfügbar unter: <https://www.un.org/depts/german/gv-70/band1/ar70001.pdf> [23.03.2024].

Global2000 (o. J.). *Pfandsysteme in Österreich*. Verfügbar unter: <https://www.global2000.at/pfandsystem-oesterreich> [23.03.2024].

Greefrath, G. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe*. Heidelberg: Spektrum.

Haberzettl, N., Klett, S. & Schukajlow, S. (2018). Mathematik rund um die Schule – Modellieren mit Fermi-Aufgaben. In K. Eilerts (Hrsg.), *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 5*. Ein ISTRON-Band für die Grundschule (S. 31–41). Berlin: Springer.

Käpnick, F. & Benölken, R. (2020). *Mathematiklernen in der Grundschule*. 2. Auflage. Berlin: Springer.

Metzger, S. (2019). Die Naturwissenschaften fächerübergreifend vernetzen. In P. Labudde & S. Metzger (Hrsg.), *Fachdidaktik Naturwissenschaft: 1. –9. Schuljahr*. 3. Auflage. (S. 29–44). Bern: Haupt Verlag.

Rieckmann, M. (2018). Die Bedeutung von Bildung für nachhaltige Entwicklung für das Erreichen der Sustainable Development Goals (SDGs). *Zeitschrift für internationale Bildungsforschung und Entwicklungspädagogik*, 2, 4–10. Münster: Waxmann.

Scorza, C. (Hrsg.) (2022). *Der Klimawandel: verstehen und handeln*. Ein Bildungsprogramm für Schulen der Fakultät für Physik der LMU München. Mit Experimenten im Klimakoffer. Verfügbar unter: https://klimawandel-schule.de/sites/default/files/2023-10/10-2023_stmuv_handbuch-klimawandel_a4.pdf [23.03.2024].

Stern, T. (2010). *Förderliche Leistungsbewertung*. Verfügbar unter: http://www.oezepts.at/wp-content/uploads/2011/07/Leistungsbewertung_Onlineversion_Neu.pdf [23.03.2024].

Witzel, M. (2015). *Fermi-Aufgaben für die Grundschule*. Alltagsaufgaben systematisch und individuell meistern – in zwei Schwierigkeitsstufen, mit Tippkarten. Klasse 2–4. Augsburg: Auer.

ANNE ELENA TIEFENBACHER, BEd MEd, Doktoratsstudierende an der Universität Wien; Lehrende an der Pädagogischen Hochschule Wien. Lehr- und Forschungsaktivität: Schulentwicklung und Digitalisierung.

EVA JANKL, Mag., BEd, Masterstudierende Lehramt Primarstufe an der Kirchlichen Pädagogischen Hochschule Wien/Krems; Lehrerin an der GTVS Vereinsgasse 1020 Wien. Schwerpunkt: Sachunterricht (NaWi).

CHRISTIAN NOSKO, Mag. Dr., Lehrender an der Kirchlichen Pädagogischen Hochschule Wien/Krems; Projektmitarbeiter am AECC Chemie, Universität Wien. Lehr- und Forschungsaktivität: Sachunterricht (NaWi).